



DESENVOLVIMENTO DE SERVIÇOS CLIMÁTICOS PARA A ANÁLISE DE TENDÊNCIA NA FREQUÊNCIA DE EVENTOS COMPOSTOS DE EXTREMOS DE VAZÃO E NÍVEL DO MAR NO PORTO DE ITAJAÍ E POSSÍVEIS IMPACTOS DE ALTERAÇÕES CLIMÁTICAS

Relatório 2/3 - Base de dados de vazão na bacia do Itajaí

Pedro Chaffe

Elaborado por:

Pedro Luiz Borges Chaffe
Camyla Innocente dos Santos
Paula Gomes da Silva
Vinícius Bogo Portal Chagas

Essa publicação foi realizada por uma equipe formada por consultores independentes sob a coordenação da Cooperação Alemã para o Desenvolvimento Sustentável, por meio do projeto Ampliação dos Serviços Climáticos para Investimentos em Infraestrutura (CS1).

Este projeto foi pactuado no âmbito da Cooperação Alemã para o Desenvolvimento Sustentável, por meio da parceria entre o Ministério do Meio Ambiente do Brasil e a Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit GmbH (GIZ), no âmbito da Iniciativa Internacional para o Clima (IKI, sigla em alemão), do Ministério Federal do Meio Ambiente, Proteção da Natureza e Segurança Nuclear (BMU, sigla em alemão).

Participaram desse processo o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), a Empresa Eletrosul/ Eletrobrás e a Defesa Civil de Santa Catarina.

Todas as opiniões aqui expressas são de inteira responsabilidade dos autores, não refletindo necessariamente a posição da GIZ e do MMA. Este documento não foi submetido à revisão editorial.

EQUIPE TÉCNICA – MMA

Hugo do Valle Mendes (coordenação)
Adriana Brito da Silva
Jaqueline Leal Madruga

EQUIPE TÉCNICA – DEFESA CIVIL/ SANTA CATARINA

Flavio Rene Brea Victoria
Frederico Moraes Rudorff

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

Chou Sin Chan

EQUIPE TÉCNICA – AUTORIDADE PORTUÁRIA DE ITAJAÍ

Heder Cassiano Moritz
Ricardo José Pogakski de Amorim
Médelin Pitrez dos Santos
Amarildo Madeira
Luciano Sens
Guilherme Knoll
Joelcir Zatta

Ministério do Meio Ambiente

Esplanada dos Ministérios, Bloco B, Brasília/DF, CEP
70068-901
Telefone: + 55
61 2028-1206

Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ) GmbH

Sede da GIZ: Bonn e Eschborn
GIZ Agência Brasília
SCN Quadra 01 Bloco C Sala 1501
Ed. Brasília Trade Center - 70.711-902 Brasília/DF
T + 55-61-2101-2170
E giz-brasilien@giz.de
www.giz.de/brasil

A encargo de:

Ministério Federal do Ambiente, Proteção da Natureza e Segurança Nuclear (BMU) da Alemanha

BMU Bonn:
Robert-Schuman-Platz 3
53175 Bonn, Alemanha
T +49 (0) 228 99 305-0

Diretora de Projeto:

Ana Carolina Câmara
T:+55 61 9 99 89 71 71
T +55 61 2101 2098
E ana-carolina.camara@giz.de

EQUIPE TÉCNICA – GIZ

Ana Carolina Câmara (coordenação)
Eduarda Silva Rodrigues de Freitas
Pablo Borges de Amorim



Sumário

1. Contextualização	2
2. Dados Fluviométricos	3
2.1. Máximos Anuais em Blumenau	3
2.2. Máximos Anuais em Brusque	5
3. Análise de frequência	7
3.1. Análise de frequência em Blumenau	9
3.2. Análise de frequência em Brusque	12
4. Conclusões.....	13
5. Referências Bibliográficas	15

1. Contextualização

A frequência e a intensidade de eventos extremos de vazão estiveram mudando por todo o mundo, incluindo no Brasil e em Santa Catarina (e.g., Milliman et al., 2008; Kundzewicz et al., 2013). Tais não estacionariedades causam prejuízos sociais e econômicos em diversos setores em Santa Catarina, incluindo em portos e linhas de transmissão. Para lidar efetivamente com tais prejuízos é necessário investigar as mudanças nas séries de vazão ao longo das décadas.

O Produto 2 consiste de relatório contendo a base de dados com as tabelas de estações de vazão da bacia do Itajaí e os valores de máximas anuais. O relatório contém os resultados da análise exploratória, da análise de consistência e da análise de estacionariedade das séries. São apresentados os valores de máximas anuais de vazão da bacia do rio Itajaí e são analisadas as estações fluviométricas de Blumenau e de Brusque. Em anexo estão arquivos em Excel com os dados de todas as estações Fluviométricas disponíveis.

2. Dados Fluviométricos

Foram analisados os dados de todas as estações fluviométricas disponíveis na bacia do Itajaí (Figura 1). Os dados da série histórica de vazão são disponibilizados pela Agência Nacional de Águas (ANA; <http://www.snirh.gov.br/hidroweb/serieshistoricas>). Neste relatório são apresentados os resultados da estação com códigos da ANA de 83800002, localizada em Blumenau, e da estação 83900000, localizada em Brusque (quadrados vermelhos na Figura 1b).

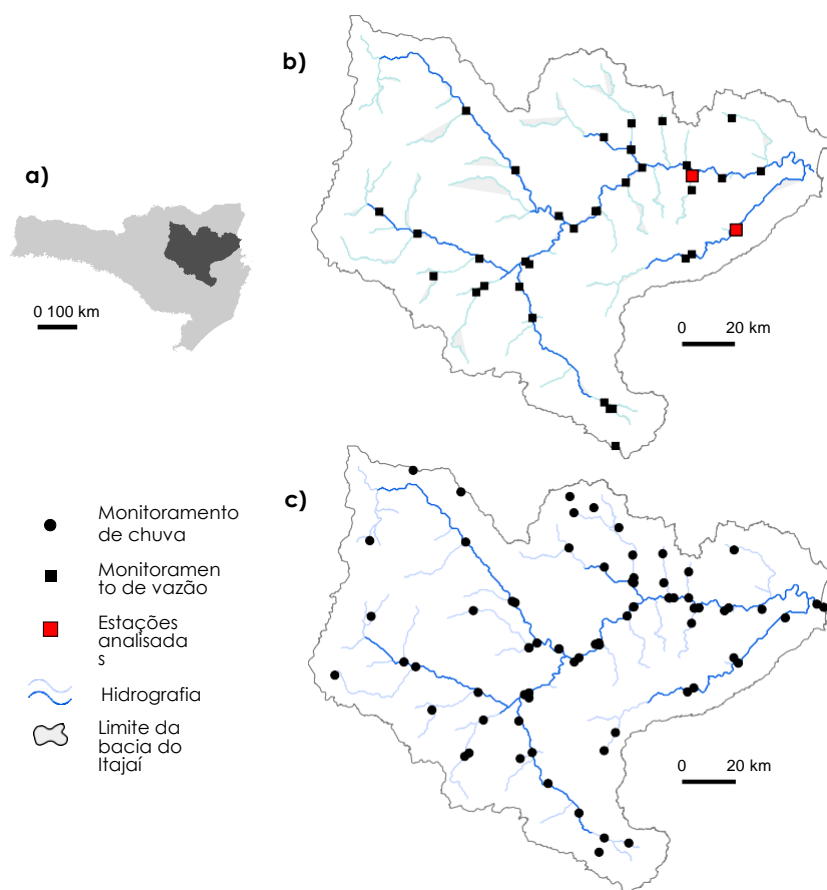


Figura 1: (a) Localização da Bacia do Rio Itajaí e das estações (b) fluviométricas e (c) pluviométricas com dados disponíveis. As estações em vermelho (83800002 Blumenau e 83900000 Brusque) são as duas analisadas neste relatório conforme sugerido no workshop.

2.1. Máximos Anuais em Blumenau

As Figura 2 e 3 apresentam as séries de vazão da estação fluviométrica de Blumenau. Em destaque as máximas anuais (Figura 2 em vermelho) e as máximas sazonais (em cores correspondentes às estações do ano, Figura 3). Em análise exploratória, fica claro que a estação de Blumenau tem uma mudança abrupta com uma diminuição na vazão a partir de 1985. Esta mudança abrupta indica que se deve ter cautela ao usar métodos estacionários nesta série de dados. A Tabela 1 contém os valores das máximas que também podem ser encontradas no arquivo de Excel ("0_VazaoMaximaAnual_Blumenau_Brusque.xls").

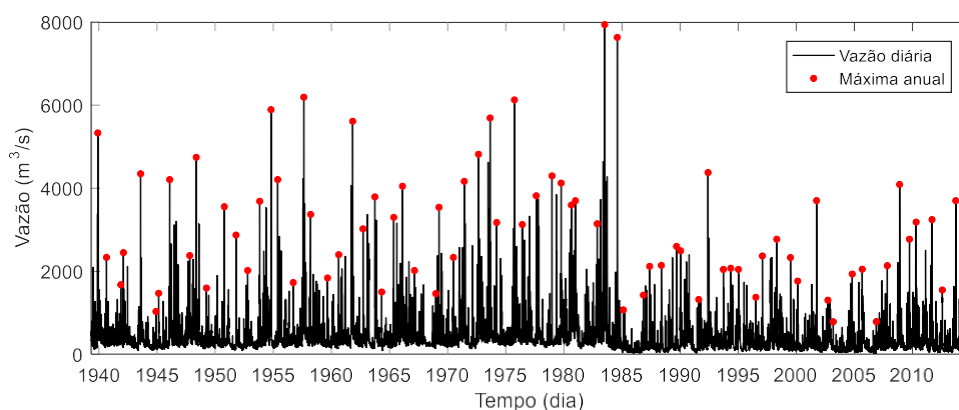


Figura 2: Série histórica de vazão da estação fluviométrica 83800002 Blumenau. Em vermelho as máximas anuais.

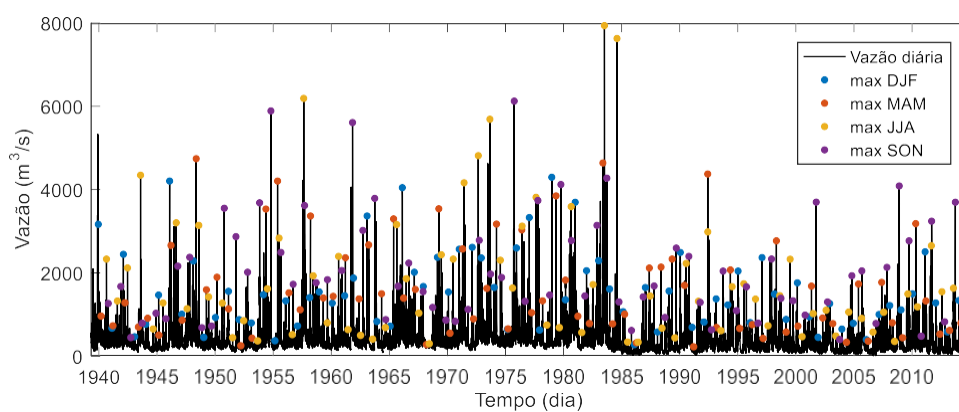


Figura 3: Série histórica de vazão da estação fluviométrica 83800002 Blumenau. Em destaque as máximas sazonais. DJF é Dezembro, Janeiro e Fevereiro; MAM é Março, Abril e Maio; JJA é Junho, Julho e Agosto; e SON é Setembro, Outubro e Novembro.

Tabela 1: Tabela de máximas anuais da estação fluviométrica 83800002 Blumenau. Foram considerados os anos de 1979 a 2010 pois coincidem com a base de dados de nível do mar.

Ano	Mês	Dia	Vazão (m ³ /s)
1979	10	9	4123.2
1980	8	26	3592.8
1981	1	1	3697.7
1982	11	15	3143.0
1983	7	9	7938.4
1984	8	7	7629.9
1985	2	15	1070.1
1986	11	6	1425.6
1987	5	21	2118.2
1988	5	24	2140.5
1989	9	13	2597.6
1990	1	19	2492.4
1991	8	10	1320.3
1992	5	30	4375.4
1993	9	24	2044.4
1994	5	13	2072.4

1995	1	10	2044.4
1996	7	10	1372.7
1997	2	1	2369.0
1998	4	28	2771.2
1999	7	4	2329.9
2000	2	16	1763.0
2001	10	1	3700.6
2002	9	21	1303.7
2003	3	9	784.0
2004	10	26	1932.8
2005	9	5	2049.1
2006	11	21	786.6
2007	11	3	2134.4
2008	11	23	4089.1
2009	9	29	2771.2
2010	4	26	3183.7

2.2. Máximos Anuais em Brusque

As Figura 4 e 5 apresentam as séries de vazão da estação fluviométrica de Brusque. Em destaque as máximas anuais (Figura 4 em vermelho) e as máximas sazonais (em cores correspondentes as estações do ano, Figura 5). Existe um período com falha de dados de 1991- 1995. A Tabela 2 contém os valores das máximas anuais da estação de Brusque.

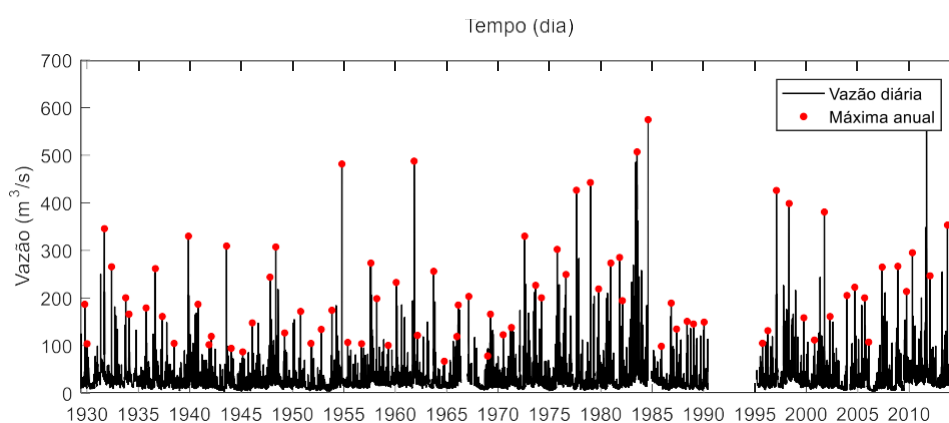


Figura 4: Série histórica de vazão da estação fluviométrica 83900000 Brusque. Em vermelho as máximas anuais.

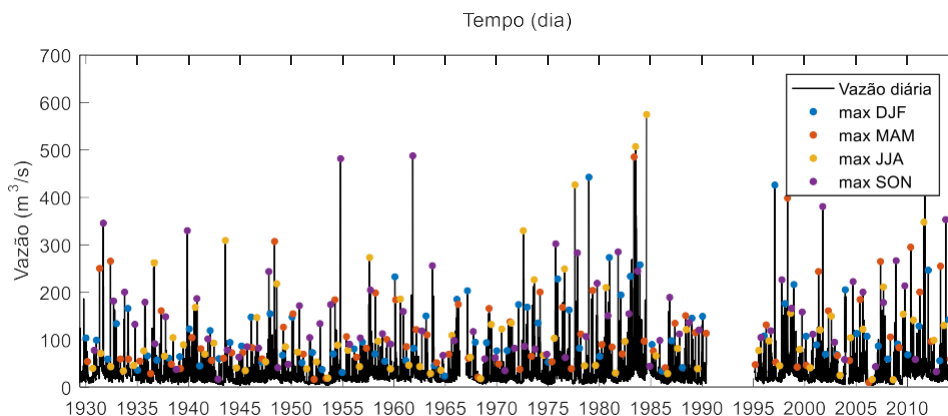


Figura 5: Série histórica de vazão da estação fluviométrica 83900000 Brusque. Em destaque as máximas sazonais. DJF é Dezembro, Janeiro e Fevereiro; MAM é Março, Abril e Maio; JJA é Junho, Julho e Agosto; e SON é Setembro, Outubro e Novembro.

Tabela 2: Tabela de máximas anuais da estação fluviométrica 83900000 Brusque. Foram considerados os anos de 1979 a 2010 pois coincidem com a base de dados de nível do mar. Os anos de 1991-1994 não foram considerados devido a falta de dados.

Ano	Mês	Dia	Vazão (m ³ /s)
1979	10	14	219.2
1980	12	21	273.5
1981	10	29	285.3
1982	2	5	194.5
1983	7	12	507.1
1984	8	6	574.7
1985	11	21	98.7
1986	11	6	189.4
1987	5	15	134.9
1988	5	24	151.0
1989	1	6	145.5
1990	1	19	149.4
1991	1	1	-
1992	1	1	-
1993	1	1	-
1994	1	1	-
1995	9	23	105.1
1996	3	31	131.5
1997	2	1	426.1
1998	4	28	398.7
1999	10	2	158.6
2000	10	13	111.8
2001	10	1	380.8
2002	4	21	161.2
2003	12	12	205.4
2004	9	14	222.7
2005	9	1	200.4
2006	1	24	107.5

2007	5	18	265.0
2008	11	24	266.7
2009	9	29	213.8
2010	4	26	295.2

3. Análise de frequência

A análise de frequência foi feita considerando as vazões e também os níveis máximos anuais e sazonais das estações fluviométricas de Blumenau e de Brusque. No relatório, apresenta-se as figuras e tabelas da análise de máximos anuais. As análises para máximas sazonais encontram-se no arquivo de Excel em anexo ("0_AnaliseFrequencia_Blumenau_Brusque.xls").

A distribuição Generalizada de Valor Extremo (GEV) foi utilizada na análise de frequência. Uma série de máximas anuais ou máximas sazonais $\mathbf{Q} = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ segue uma distribuição GEV caso a variável aleatória $\mathbf{X} = \mathbf{Q}$ seja distribuída de acordo com uma distribuição GEV. A função densidade de probabilidade, $f(x)$, da distribuição GEV é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[1 - \kappa \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{1/\kappa - 1} \exp \left\{ - \left[1 - \kappa \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{1/\kappa} \right\} \quad (1)$$

em que μ é o parâmetro de localização, σ é o parâmetro de escala, e κ é o parâmetro de forma. Dois modelos foram considerados: modelo estacionário (ST), em que os parâmetros da distribuição são assumidos como sendo constantes; e modelo não estacionário (NS), no qual é considerado que a média da distribuição aumenta ou diminui linearmente ao longo do tempo, i.e., $\mu_t = \mu_0 + \beta t$. O modelo estacionário possui três parâmetros a serem inferidos, $\boldsymbol{\theta} = \{\mu, \sigma, \kappa\}$, e o modelo não estacionário possui quatro parâmetros, $\boldsymbol{\theta} = \{\mu_0, \mu_1, \sigma, \kappa\}$.

Neste trabalho, a inferência Bayesiana foi utilizada para obtenção dos parâmetros dos modelos ST e NS, permitindo a estimativa de uma distribuição probabilística de valores dos parâmetros ao invés de um único valor. Segundo o teorema de Bayes, a distribuição a posteriori dos parâmetros, $p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{X})$, pode ser obtida a partir da distribuição a priori dos parâmetros, $p(\boldsymbol{\theta})$, da função de verossimilhança, $L(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{X})$, e da evidência, $p(\mathbf{X})$, i.e.,

$$p(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x}) \propto \frac{p(\boldsymbol{\theta})L(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{x})}{p(\mathbf{x})} \quad (2)$$

A distribuição a priori resume a informação que se tem a respeito dos valores dos parâmetros antes da análise dos dados disponíveis, a função de verossimilhança sumariza a informação fornecida pelos dados utilizados na inferência, enquanto que a evidência atua como uma constante para que a distribuição a posteriori integre para um.

Para aproximação da distribuição a posteriori dos parâmetros foi utilizado o algoritmo DREAM(zs) (Laloy e Vrugt, 2012; Vrugt, 2016), que é um amostrador do tipo Markov chain Monte Carlo (MCMC). Neste trabalho, foi utilizada uma versão modificada do código apresentado em Luke et al. (2017). Foram utilizadas 3 cadeias de Markov com $T = 8.000$ amostragens em cada uma. Os 50% iniciais de cada cadeia foram descartados, e então a distribuição a posteriori para cada um dos parâmetros foi aproximada com um total de 12.000 valores. Uma distribuição uniforme foi utilizada como distribuição a priori para os parâmetros dos modelos ST e NS, e a função de verossimilhança é a própria distribuição GEV.

A comparação entre os resultados dos modelos estacionário (ST) e não estacionário (NS) foi realizada a partir dos critérios de informação. Os critérios de informação são utilizados para se estimar a redução de desempenho de um modelo ao ser utilizado em um período diferente do utilizado para inferência dos parâmetros (Volpi et al., 2017), sem a necessidade de se reservar uma parte da série de dados disponível exclusivamente para esta finalidade. Os critérios de informação possuem um termo relacionado ao desempenho do modelo e um termo que penaliza pela complexidade do modelo. Os critérios de informação de Akaike (AIC_c) e de Bayes (BIC) foram utilizados,

$$AIC_c \propto -2 \ln(L^*) - \frac{2d(d+1)}{(n-d-1)} \quad (3)$$

e

$$BIC \propto -2 \ln(L^*) - d \ln(n) \quad (4)$$

em que L^* é o valor máximo da função de verossimilhança (para o conjunto ótimo de parâmetros), d é o número de parâmetros do modelo e n é o

número de dados utilizados na inferência.

Os critérios de informação não fornecem um conhecimento absoluto sobre o suporte de um modelo pelos dados. Ou seja, a utilização de critérios de informação apenas fornece uma medida relativa de suporte do modelo pelos dados na comparação com outros modelos. O suporte relativo de um modelo em relação a um modelo de referência é calculado a partir da diferença entre o valor de critério de informação para o modelo em questão, AIC_i , e o valor de critério de informação para o modelo de referência, AIC_{ref} , ou seja,

$$\Delta AIC_i = AIC_i - AIC_{ref} \quad (5)$$

Neste estudo, o modelo de referência considerado é o modelo ST. Os valores de ΔAIC estão relacionados à magnitude de suporte à utilização do modelo estacionário. Valores de 0 a 2 indicam suporte considerável à utilização do modelo estacionário. Valores de 7 a 10 indicam a inexistência de suporte para o modelo ST.

Além da utilização do modelo NS para avaliação da existência de tendência nas séries, o teste de Mann-Kendall (Kendall, 1975) foi utilizado para verificar se houve tendência monotônica nas séries de máximas anuais ou sazonais. O teste de Mann-Kendall é frequentemente usado em séries de vazão pois não exige distribuição normal dos dados, é pouco afetado por valores discrepantes na série, e exige um mínimo de apenas 30 anos de dados (Kendall, 1975). Aqui, foram consideradas significativas as tendências com p-valor menores que 0,05.

3.1. Análise de frequência em Blumenau

Os resultados da análise de frequência de vazões máximas anuais de Blumenau considerando o modelo estacionário e não estacionário são apresentados na Figura 6. O período de dados utilizados foi de 1979-2010 para coincidir com o período de dados disponíveis de nível do mar. Não foi encontrado evidência suficiente que dê suporte ao uso do modelo não estacionário. Portanto, apresenta-se as tabelas com as vazões associadas a cada tempo de retorno (Tabela 3), os níveis associados a cada tempo de retorno (Tabela 4) e o tempo de retorno associado a níveis de interesse (Tabela 5) utilizando apenas o modelo estacionário.

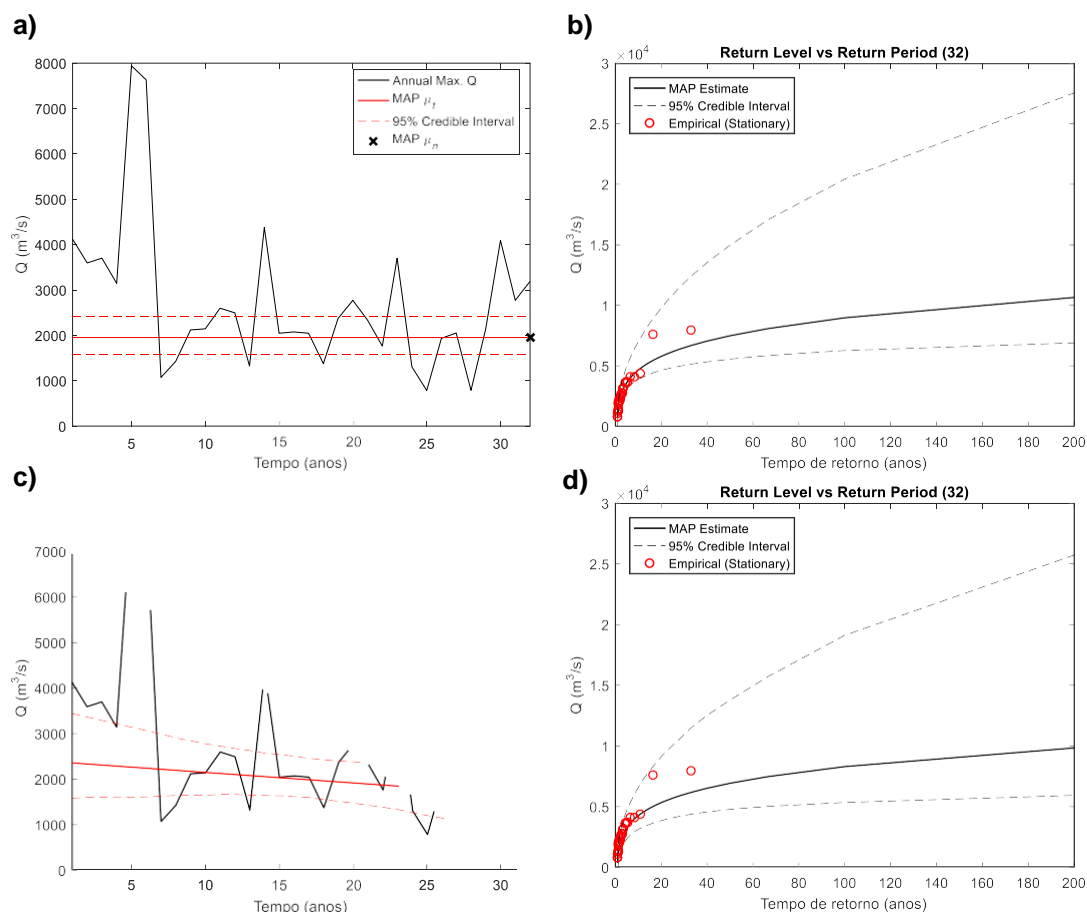


Figura 6: Vazões máximas anuais e estimativa de tempo de retorno considerando modelo estacionário ((a) e (b) respectivamente) e não estacionário ((c) e (d) respectivamente) para a estação 83800002 em Blumenau. A linha vermelha em (a) e (c) representam as médias considerando o modelo estacionário (média constante) e não estacionário (média variável). A linha vermelha tracejada representa a estimativa da incerteza em torno da estimativa da média das máximas anuais. Os pontos vermelhos em (b) e (d) representam as observações de vazão plotados no tempo de retorno empírico. A linha preta representa a curva de frequência estimada e as linhas pretas tracejadas são o intervalo de incerteza. MAP é a máxima estimativa a posteriori.

Tabela 3: Vazão (Q) estimada para cada tempo de retorno (T) para a estação 83800002 Blumenau. MAP significa a máxima estimativa a posteriori. A incerteza da estimativa é representada através dos percentis 2,5 (2.5 pctl.) e 97,5 (97.5 pctl.).

T(anos)	Q(m3/s)		
	MAP est.	2.5 pctl.	97.5 pctl.
200	10651	6897	27541
100	8971	6266	20421
50	7488	5556	14965
25	6175	4859	10878
10	4655	3888	6996
5	3627	3094	4972
2	2321	1936	2937

Tabela 4: Nível estimado para cada tempo de retorno (T) para a estação 83800002 Blumenau. MAP significa a máxima estimativa a posteriori. A incerteza da estimativa é representada através dos percentis 2,5 (2.5 pctl.) e 97,5 (97.5 pctl.).

T(yrs)	Nível (m)		
	MAP est.	2.5 pctl.	97.5 pctl.
200	17.1	14.1	40.5
100	15.8	13.4	32.0
50	14.4	12.4	25.4
25	13.0	11.4	20.2
10	11.0	9.8	15.0
5	9.4	8.4	11.8
2	7.0	6.1	8.1

Tabela 5: Tempo de retorno estimado para cada nível de interesse para a estação 83800002 Blumenau. MAP significa a máxima estimativa a posteriori. A incerteza da estimativa é representada através dos percentis 2,5 (2.5 pctl.) e 97,5 (97.5 pctl.).

Nível	Tempo de retorno (anos)		
	MAP est.	2.5 pctl.	97.5 pctl.
7.0	2.1	1.6	2.7
7.5	2.6	1.7	3.4
8.0	3.2	2.0	4.2
8.5	3.9	2.2	5.2
9.0	5.0	2.5	6.6
9.5	6.4	2.8	8.5
10.0	8.3	3.2	11.1
10.5	10.8	3.7	14.7
11.0	14.2	4.2	19.4
11.5	18.9	4.7	26.5
12.0	25.3	5.3	36.8
12.5	34.1	6.0	51.9
13.0	46.3	6.7	74.6
13.5	63.2	7.5	111.6
14.0	86.9	8.3	172.8
14.5	120.4	9.1	291.5
15.0	167.9	10.0	462.7
15.5	235.9	11.0	896.4

3.2. Análise de frequência em Brusque

Os resultados da análise de frequência de vazões máximas anuais de Brusque considerando o modelo estacionário e não estacionário são apresentados na Figura 7. O período de dados utilizados foi de 1979-2010 para coincidir com o período de dados disponíveis de nível do mar. Não foi encontrado evidência suficiente que dê suporte ao uso do modelo não estacionário. Portanto, apresenta-se as tabelas com as vazões associadas a cada tempo de retorno (Tabela 6), os níveis associados a cada tempo de retorno (Tabela 7) e o tempo de retorno associado a níveis de interesse (Tabela 8) utilizando apenas o modelo estacionário.

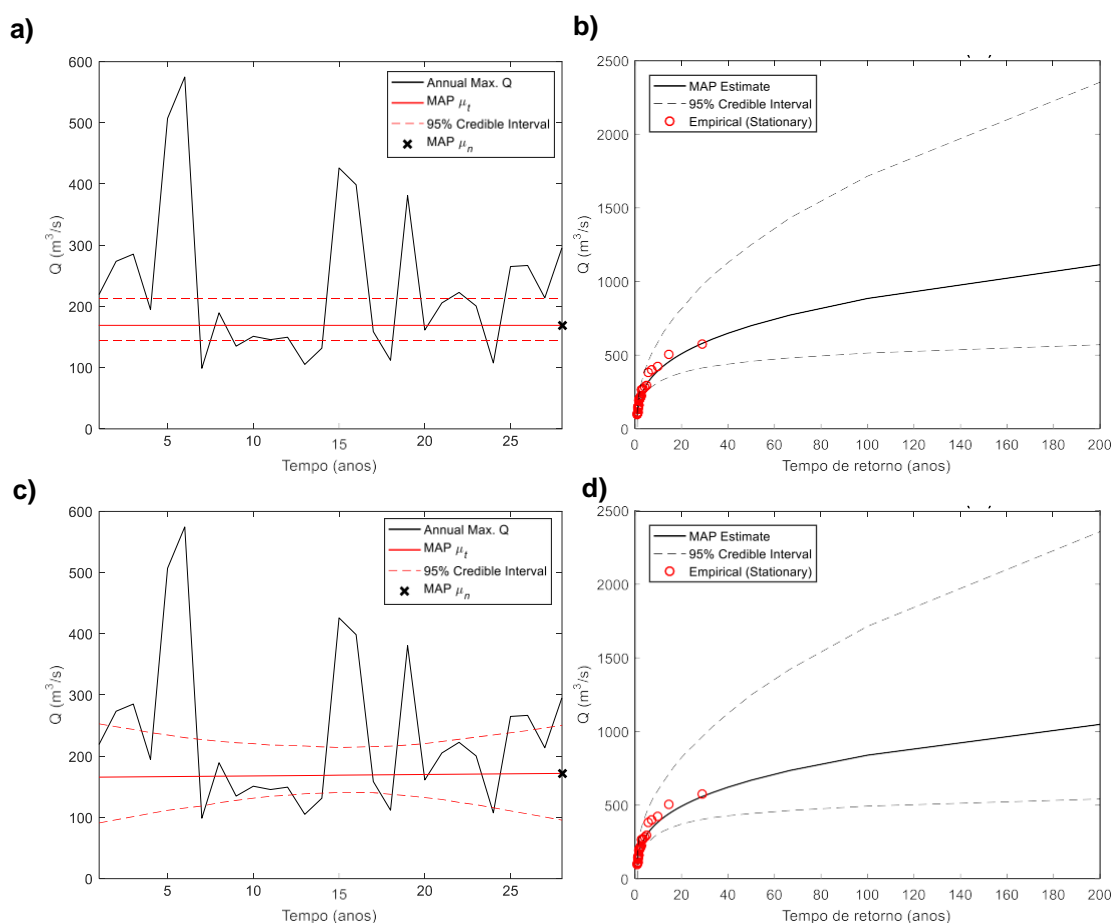


Figura 7: Vazões máximas anuais e estimativa de tempo de retorno considerando modelo estacionário ((a) e (b) respectivamente) e não estacionário ((c) e (d) respectivamente) para a estação 83900000 em Brusque. A linha vermelha em (a) e (c) representam as médias considerando o modelo estacionário (média constante) e não estacionário (média variável). A linha vermelha tracejada representa a estimativa da incerteza em torno da estimativa da média das máximas anuais. Os pontos vermelhos em (b) e (d) representam as observações de vazão plotados no tempo de retorno empírico. A linha preta representa a curva de frequência estimada e as linhas pretas tracejadas são o intervalo de incerteza. MAP é a máxima estimativa a posteriori.

Tabela 6: Vazão (Q) estimada para cada tempo de retorno (T) para a estação 83900000 Brusque. MAP significa a máxima estimativa a posteriori. A incerteza da estimativa é representada através dos percentis 2,5 (2.5 pctl.) e 97,5 (97.5 pctl.).

T(anos)	Q(m ³ /s)		
	MAP est.	2.5 pctl.	97.5 pctl.
200	1114	571	2353
100	885	514	1715
50	700	458	1250
25	551	400	907
10	396	316	593
5	302	253	427
2	196	167	257

Tabela 7: Nível estimado para cada tempo de retorno (T) para a estação 83900000 Brusque. MAP significa a máxima estimativa a posteriori. A incerteza da estimativa é representada através dos percentis 2,5 (2.5 pctl.) e 97,5 (97.5 pctl.).

T(anos)	Nível (m)		
	MAP est.	2.5 pctl.	97.5 pctl.
200	8.2	7.2	15.0
100	7.8	7.0	12.9
50	7.3	6.7	11.1
25	6.8	6.3	9.5
10	6.0	5.6	7.6
5	5.4	5.0	6.4
2	4.3	3.9	4.9

Tabela 8: Tempo de retorno estimado para cada nível de interesse para a estação 83900000 Brusque. MAP significa a máxima estimativa a posteriori. A incerteza da estimativa é representada através dos percentis 2,5 (2.5 pctl.) e 97,5 (97.5 pctl.).

Nível	Tempo de retorno (anos)		
	MAP est.	2.5 pctl.	97.5 pctl.
4.0	1.4	1.3	2.2
4.5	1.8	1.7	3.2
5.0	2.3	2.2	5.1
5.5	3.1	2.9	8.7
6.0	4.2	3.9	16.1
6.5	5.8	5.3	35.9
7.0	8.0	7.0	105.5
7.5	11.1	9.3	548.5

4. Conclusões

Neste documento foram apresentados os principais resultados das análises das estações fluviométricas da Bacia do Itajaí. Como o Porto utiliza comumente os dados de nível das estações fluviométricas de Blumenau e de Brusque, no relatório foram apresentados os resultados de análise de

frequência de vazão e nível para essas duas estações. A análise de frequência e de não estacionariedade mostra que para o período analisado (1979-2010) não existe evidência suficiente para o uso de modelos não estacionários, principalmente ao considerar-se a incerteza das estimativas. Ainda, são disponibilizados todos os dados em arquivos do formato Excel em anexo. Em futuros estudos, recomenda-se analisar a influência da incerteza inerente às estimativas dos dados de vazão a partir de medições de cota (i.e., da curva-chave), e seus impactos no uso de modelos não estacionários.

5. Referências Bibliográficas

- KENDALL, M.G. Rank Correlation Methods, 4th edition, Charles Griffin, London, 1975.
- KUNDZEWICZ, Z. W.; KANAE, S.; SENEVIRATNE, S. I.; HANDMER, J.; NICHOLLS, N.; MECHLER, R.; BOUWER, L. M.; E OUTROS. Flood risk and climate change: global and regional perspectives. *Hydrological Sciences Journal*, v. 59, n. 1, p. 1-28, 2013.
- LALOY, E.; VRUGT, J. A. High-dimensional posterior exploration of hydrologic models using multiple-try DREAM_(zS) and high-performance computing. *Water Resources Research*, v. 48, n. 1, p. 1–18, 2012.
- LUKE, A.; VRUGT, J. A.; AGHAKOUCHAK, A.; MATTHEW, R.; SANDERS, B. F. Predicting nonstationary flood frequencies: Evidence supports an updated stationarity thesis in the United States. *Water Resources Research*, v. 53, 2017.
- MILLIMAN, J. D.; FARNSWORTH, K. L.; JONES, P. D.; XU, K. H.; SMITH, L. C. Climatic and anthropogenic factors affecting river discharge to the global ocean, 1951-2000. *Global and Planetary Change*, v. 62, n. 3–4, p. 187–194, 2008.
- VOLPI, E.; SCHOUPS, G.; FIRMANI, G.; VRUGT, J. A. Sworn testimony of the model evidence: Gaussian Mixture Importance (GAME) sampling. *Water Resources Research*, v. 53, p. 5469– 5494, 2017.
- VRUGT, J. A. Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package: Theory, concepts, and MATLAB implementation. *Environmental Modelling and Software*, v. 75, p. 273– 316, 2016.